

INSTITUT FRANCO-ALLEMAND DE RECHERCHES DE SAINT-Louis
DEUTSCH-FRANZÖSISCHES FORSCHUNGSIINSTITUT SAINT-Louis



ISI

Diese Unterlagen ... unterliegen einer ... Genehmigung
des Bundesministeriums ... - RÜ VII 6 -
nur an Bundeswehrdienststellen und an militärische Stellen
anderer NATO-Staaten weitergegeben werden.

Étude du comportement au tir du remplissage des projectiles 155 mm

Untersuchung des Materialverhaltens des Füllharzes von 155-mm-Geschosse

"DTIC USERS ONLY"

PELEGRI P.*
CHRISTNACHER F.
BORNE L.
RATEAU Ph.

20000502 123

R 113/99

55

REPORT DOCUMENTATION PAGE

Form Approved OMB No. 074-0188

Public reporting burden for this collection of information is estimated to average 1 hour per response, including the time for reviewing instructions, searching existing data sources, gathering and maintaining the data needed, and completing and reviewing this collection of information. Send comments regarding this burden estimate or any other aspect of this collection of information, including suggestions for reducing this burden to Washington Headquarters Services, Directorate for Information Operations and Reports, 1215 Jefferson Davis Highway, Suite 1204, Arlington, VA 22202-4302, and to the Office of Management and Budget, Paperwork Reduction Project (0704-0188), Washington, DC 20503

1. AGENCY USE ONLY (Leave blank)		2. REPORT DATE 21 April 1999	3. REPORT TYPE AND DATES COVERED
4. TITLE Investigation of the Material Behavior of the Filling Resin of 155 mm Shot. Etude du Comportement au Tir du Remplissage des Projectiles 155 mm.		5. FUNDING NUMBERS	
5. AUTHOR(S) Pellegrini, P.; Christnacher, F.; Borne, L.; Rateau, Ph.			
7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES) Institut Franco-Allemand de Recherches de Saint-Louis F68301 Saint Louis Cedex BP 34 France		ISL-R-113/99	
9. SPONSORING / MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES)		10. SPONSORING / MONITORING AGENCY REPORT NUMBER	
11. SUPPLEMENTARY NOTES Text in French; abstract in French and German.			
12a. DISTRIBUTION / AVAILABILITY STATEMENT DTIC Users only.		12b. DISTRIBUTION CODE	
13. ABSTRACT (Maximum 200 words) One currently leads at the ISL studies on a new concept of ammunition: the projectile of observation (project D 2c). In crisis, the information is an essential factor. In order to give a certain independence to the units of artillery, one thought of equipping a projectile with gauge 155 mm of a camera CCC able to send on the ground, in real time, the images of the zone flown over. Project D ² C presented in introduction, more precisely defines the role of this projectile of observation. The use of a complex device in projectiles launched with an acceleration reaching 14000 g is accompanied by many problems involved in the resistance of embarked materials. The partners of shootings already realized account for the difficulty in finding components adapted, able to resist such requests. This report treats behavior of the resin of filling of the projectile, resin which has as a role the maintenance of the embarked elements and the homogenisation of the distribution of the masses in the projectile. In the case of the projectiles of gauge 155 mm, the volume of filling reaches a few liters, and the effects of the contraction of the resin are not negligible. This contraction is all a simple analytical calculation, then by a finer numerical simulation. Lastly, one simulates the real case by using the mechanical characteristics raised in experiments on the resins used. It is shown that the choice of an adapted composite material, associated with the installation of cross-pieces in the projectile, makes it possible to solve the problem of the compression of the resin of filling. (Machine assisted translation)			
14. SUBJECT TERMS Foreign Reports, France, Germany, French Language		15. NUMBER OF PAGES 41	
		16. PRICE CODE	
SECURITY CLASSIFICATION OF REPORT UNCLASSIFIED	SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE UNCLASSIFIED	SECURITY CLASSIFICATION OF ABSTRACT UNCLASSIFIED	LIMITATION OF ABSTRACT UL

Étude du comportement au tir du remplissage des projectiles 155 mm

Untersuchung des Materialverhaltens des Füllharzes von
155-mm-Geschossen

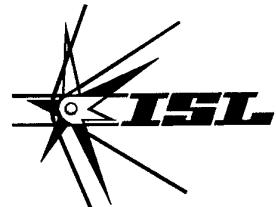
PELLEGRI P.* , CHRISTNACHER F., BORNE L., RATEAU Ph.

* Stagiaire / Praktikant

Axe de recherches
Schwerpunkt

2.14

Pilotage des projectiles / Steuerung von Geschossen
Projet D²C / D²C-Projekt



R 113/99

Rapport - Bericht

Saint-Louis, 21.04.1999

Ce document contient 40 pages

Dieses Dokument enthält 40 Seiten

Éditeur / Herausgeber



INSTITUT FRANCO-ALLEMAND DE RECHERCHES DE SAINT-Louis
5 rue du Général Cassagnou - BP 34 - F 68301 SAINT LOUIS
Tél. 03 89 69 50 00 - Fax 03 89 69 50 02 - E-mail: isl@cedocar.fr

DEUTSCH-FRANZÖSISCHES FORSCHUNGSIINSTITUT SAINT-Louis
Postfach 1260 - D 79574 WEIL AM RHEIN
Tel. 00 33 3 89 69 50 00 - Fax 00 33 3 89 69 50 02 - E-mail: isl@cedocar.fr

Table des matières

Résumé	5
Mots-clés	5
Zusammenfassung	6
Schlagwörter	6
Légendes figures	7
1. Introduction	9
2. Préliminaires	13
3. Résolution analytique	15
3.1 Cylindre sans enveloppe	15
3.2 Cylindre avec enveloppe	18
4. Simulation numérique	23
4.1 Conditions de simulation et hypothèses	23
4.2 Simulation avec résine époxide non chargée	25
4.3 Simulation avec résine époxide renforcée	29
5. Application au cas réel	31
5.1 Mesure expérimentale des caractéristiques mécaniques des résines employées	31
5.2 Simulation numérique	32
5.3 Solutions à envisager pour les prochains tirs	33
6. Conclusion	35
7. Références	35
8. Annexes	37

Résumé

On mène actuellement à l'ISL des études sur un nouveau concept de munition : le projectile d'observation (projet D²C). En situation de crise, le renseignement est un facteur essentiel. Afin de donner une certaine indépendance aux unités d'artillerie, on a pensé équiper un projectile de calibre 155 mm d'une caméra CCD capable d'envoyer au sol, en temps réel, les images de la zone survolée. Le projet D²C, présenté en introduction, définit plus précisément le rôle de ce projectile d'observation.

L'utilisation d'un dispositif complexe dans des projectiles lancés avec une accélération atteignant 14000 g s'accompagne de nombreux problèmes liés à la résistance des matériaux embarqués. Les campagnes de tirs déjà réalisées rendent compte de la difficulté de trouver des composants adaptés, capables de résister à de telles sollicitations. Ce Rapport traite du comportement de la résine de remplissage du projectile, résine qui a pour rôle le maintien des éléments embarqués et l'homogénéisation de la répartition des masses dans le projectile. Dans le cas des projectiles de calibre 155 mm, le volume de remplissage atteint quelques litres, et les effets de la contraction de la résine ne sont pas négligeables. Cette contraction est tout d'abord évaluée par un calcul analytique simple, puis par une simulation numérique plus fine. Enfin, on simule le cas réel en utilisant les caractéristiques mécaniques relevées expérimentalement sur les résines utilisées. Il est montré que le choix d'un matériau composite adapté, associé à la mise en place de traverses dans le projectile, permet de résoudre le problème de la compression de la résine de remplissage.

Mots-clés

Balistique	Code de calcul
Étude des matériaux	Limite élastique
Forte accélération	Contrainte de Von Mises
Résine de remplissage	Éléments finis
Projectile d'observation	

Zusammenfassung

Derzeit werden im ISL Untersuchungen über ein neues Munitionskonzept, das Beobachtungsgeschoss (D²C-Projekt), durchgeführt. In Krisenlagen ist der Aufklärungsbereich von besonderer Bedeutung. Um den Artillerieeinheiten eine gewisse Unabhängigkeit zu gewähren, wurde ein 155-mm-Geschoss mit einer CCD-Kamera ausgerüstet, die in Echtzeit Bilder des überflogenen Gebiets an die Bodenstationen senden kann. Das einleitend vorgestellte D²C-Projekt legt die Funktion dieses Beobachtungsgeschosses genauer fest.

Bei der Verwendung einer komplexen Vorrichtung in Geschossen, die bis zu 14000 g beschleunigt werden, treten zahlreiche Probleme in Zusammenhang mit der Festigkeit der mitgeführten Materialien auf. Die bereits durchgeführten Schießkampagnen haben gezeigt, wie schwierig es ist, geeignete Bauteile zu finden, die derartigen Beanspruchungen standhalten. Der vorliegende Bericht beschäftigt sich mit dem Materialverhalten des im Beobachtungsgeschoss vorhandenen Füllharzes, durch welches die mitgeführten Bauteile fixiert und die homogene Verteilung der Masse im Geschoss gewährleistet werden. Geschosse im Kaliber 155 mm haben ein Füllvolumen von mehreren Litern; der Schrumpfeffekt des Harzes ist daher nicht unwesentlich. Nach einer einfachen analytischen Berechnung dieses Schrumpfeffekts wird eine genauere numerische Simulation durchgeführt. Letztendlich wird der Ernstfall unter Verwendung der experimentell ermittelten mechanischen Kennwerte der Harze simuliert. Es wird gezeigt, dass durch die Wahl eines geeigneten Verbundwerkstoffes und die Anbringung von Querstegen im Geschoss das Problem der Komprimierung des Füllharzes gelöst werden kann.

Schlagwörter

Ballistik
Werkstoffuntersuchung
Starke Beschleunigung
Füllharz
Beobachtungsgeschoss

Rechencode
Streckgrenze
Von Mises-Beanspruchung
Finite Elemente

Légendes figures / Figurenlegenden

Fig. 1 - Vue détaillée des différents modules du projectile D ² C Detaillierte Übersicht der verschiedenen Module des D ² C-Geschosses	9
Fig. 2 - Image transmise au sol par la munition Durch die Munition an die Bodenstation gesendetes Bild.....	10
Fig. 3 - Scénario envisagé pour le projectile D ² C Geplantes Szenario für das D ² C-Geschoss	10
Fig. 4 - Projectile de calibre 155 mm Geschoss im Kaliber 155 mm	11
Fig. 5 - Passage des fils de connexion de l'électronique vers la résine Übergang der Konnexionsdrähte von der Elektronik in das Harz	13
Fig. 6 - Cylindre de résine pour la résolution analytique Harzzyylinder für die analytische Lösung	15
Fig. 7 - Représentation de la déformée du cylindre de résine Darstellung der Verformung des Harzzyinders	17
Fig. 8 - Cylindre de résine pour la résolution analytique Harzzyylinder für die analytische Lösung	19
Fig. 9 - Maillage par le préprocesseur Gitternetz durch den Preprozessor	23
Fig. 10 - Courbe d'accélération pour le projectile 155 mm Beschleunigungsprofil des 155-mm-Geschosses.....	24
Fig. 11 - Contrainte de Von Mises dans la résine Von Mises-Belastung im Harz	26
Fig. 12 - Déformation de la résine Verformung des Harzes	26
Fig. 13 - Influence du coefficient de Poisson Einfluss des Poisson-Beiwerts	28
Fig. 14 - Influence du module d'Young Einfluss des Young-Modells	28
Fig. 15 - Déformation de la résine renforcée Verformung des verstärkten Harzes	30
Fig. 16 - Forme des éprouvettes de test Form der Versuchsproben	31
Fig. 17 - Maillage réel Reales Gitternetz.....	32
Fig. 18 - Déformation du remplissage Araldite Verformung der Araldit-Füllung	33
Fig. 19 - Caractéristiques mécaniques de résines testées Mechanische Kennwerte der erprobten Harze	33
Fig. 20 - Cylindre de résine et son enveloppe en acier Harzzyylinder mit Stahlmantel	38

1. Introduction

La présente étude s'inscrit dans le cadre du projet D²C (projectile de Détection, Désignation et Confirmation). Le but de ce projet ISL est de définir et de montrer la faisabilité d'un projectile d'artillerie équipé d'une caméra CCD, capable d'envoyer en temps réel au sol des images de la zone survolée [1,2]. Le projectile D²C a deux missions d'observation distinctes définies par les services étatiques : l'objectif de la mission principale sera l'évaluation des dégâts après un tir d'efficacité, la mission secondaire sera dévolue au rafraîchissement de la désignation d'objectif avant un tir d'efficacité.

Dans un premier temps, les cibles potentielles seront fixes : PC de division, unité de blindés mécanisés, batterie d'automoteurs d'artillerie, dépôts d'essence divisionnaires, dépôts de munitions divisionnaires. Comme scénario d'emploi on peut envisager, pour la mission principale, qu'un ou deux obus D²C soient tirés dans les dix secondes qui suivent le tir du dernier obus efficace. Pour la mission secondaire, limitée aux objectifs en station, le projectile D²C devrait être tiré, au plus, dans les dix minutes avant le premier obus efficace. L'ISL a réalisé fin 1996 des tirs d'obus d'exercice, de calibre 90 mm, équipés de caméras CCD, et a pu enregistrer au sol les images envoyées par la munition. La figure 1 montre, avant l'enrobage, les différents modules électroniques et optiques embarqués dans le projectile expérimental.

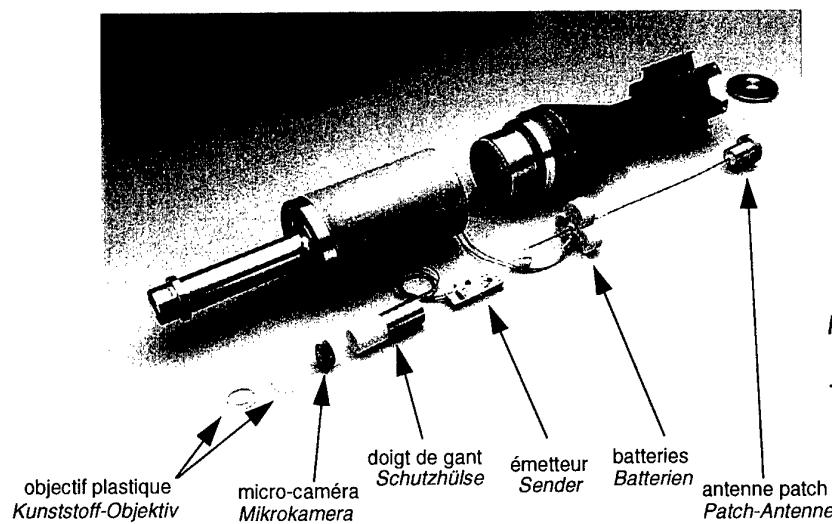


Fig. 1 - Vue détaillée des différents modules du projectile D²C

On remarque l'objectif achromatique en plastique pour la formation de l'image, la caméra CCD et le doigt de gant pour le maintien de la caméra dans le plan focal.

L'émetteur de télémesure est un émetteur de signaux hyperfréquences en bande S qui code les signaux vidéo pour les envoyer au sol par l'intermédiaire de l'antenne patch. Les batteries procurent au projectile une autonomie de plusieurs minutes.

La figure 2 montre une image de la butte de tir transmise au sol par le projectile à environ 500 m de l'impact.

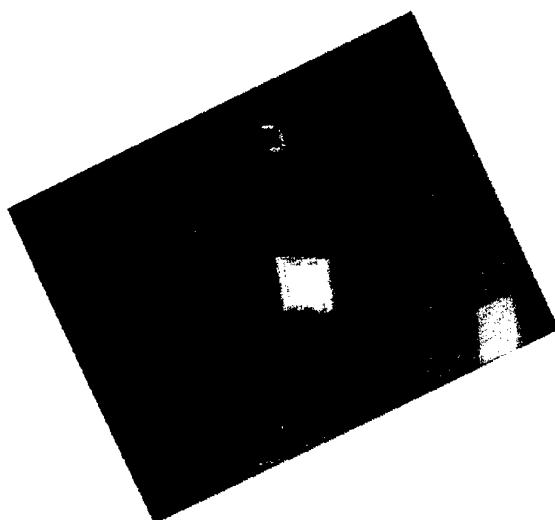


Fig. 2 - Image transmise au sol par la munition

Dans un second temps, il s'agira de transmettre ces images sur plus de 40 km par l'intermédiaire d'un émetteur-récepteur relais, déposé par un projectile et maintenu en l'air sous suspente (fig. 3).

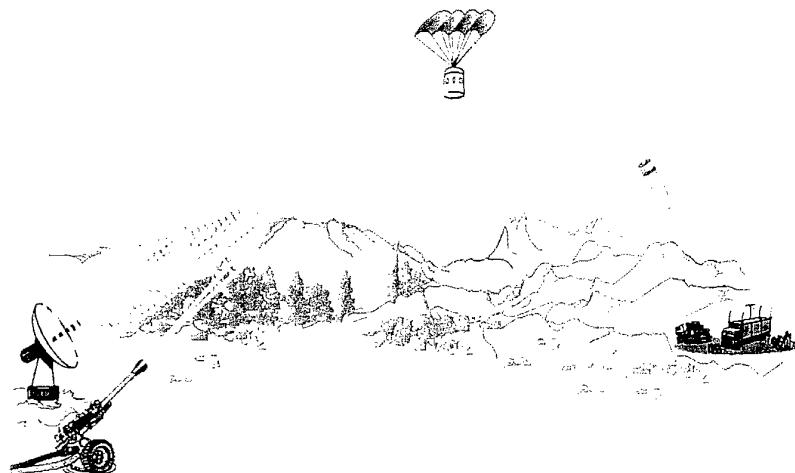


Fig. 3 - Scénario envisagé pour le projectile D2C

Afin de respecter les critères importants de similitude balistique, le projectile D²C sera tiré à partir d'un canon de 155 mm/52 calibres avec des projectiles dont l'instrumentation n'aura pas changé la géométrie extérieure (fig. 4)

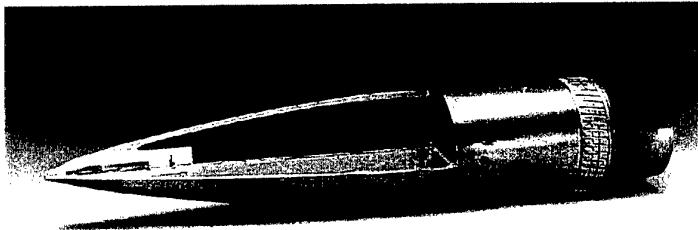


Fig. 4 - Projectile de calibre 155 mm

L'instrumentation des projectiles avec des technologies optiques ou optroniques (lentilles, caméra CCD, composants électroniques ou hyperfréquence) doit se faire en tenant compte des très fortes accélérations au départ de la munition. En effet, un projectile de calibre 155 mm, de masse 45 kg, est tiré avec une vitesse initiale de 700 m/s en étant accéléré pendant quelques dizaines de millisecondes. Ceci conduit à des accélérations atteignant 14000 g. Pour d'autres calibres, cette accélération peut facilement être de 50000 g.

Le but de ce travail est donc de simuler le comportement à l'accélération de la résine de remplissage (en vert sur la figure 4) qui permet l'homogénéisation des masses dans le projectile et le maintien des éléments embarqués. Cette étude se fera en s'appuyant sur des observations et des données expérimentales, l'expérience suggérant une déformation élastique importante de la résine. Pour la partie simulation, le code de calcul utilisé (NIKE commercialisé par la société DYNALIS) est un code de calcul Lagrangien implicite. Ce code est particulièrement adapté au calcul des déformations dynamiques d'un solide, pour le domaine des vitesses de déformation qui nous concerne. Ce code de calcul est composé de trois unités indépendantes : un préprocesseur ("MAZE") [3] avec lequel on réalise les maillages et dans lequel sont données les conditions de la simulation, un processeur ("NIKE") [4] qui effectue les calculs et un postprocesseur ("ORION") [5] pour l'exploitation et l'affichage des résultats.

2. Préliminaires

La préparation des tirs de projectiles instrumentés s'appuie, à l'ISL, sur une expérience de plusieurs décennies dans des domaines aussi variés que l'électronique, la communication par ondes hyperfréquences, l'aérobalistique, etc. Afin d'assurer le maintien des éléments embarqués, tous les projectiles tirés sont généralement remplis de résine. Ainsi, dans un projectile de calibre 155 mm, le volume à remplir est très grand (environ 7 litres). Des tirs, réalisés au champ de tir de Meppen en Allemagne, avec des portées de 20 km, ont montré que la compression de la résine pouvait arracher les fils de connexion qui y étaient noyés, au niveau des interfaces résine-boîtier électronique (fig. 5). Quelques projectiles n'ont, à cause de ce problème, pas pu émettre correctement. L'observation des projectiles récupérés ne montre pas de déformations résiduelles importantes de la résine, ce qui laisse à penser que la résine a retrouvé sa forme initiale après sollicitation.

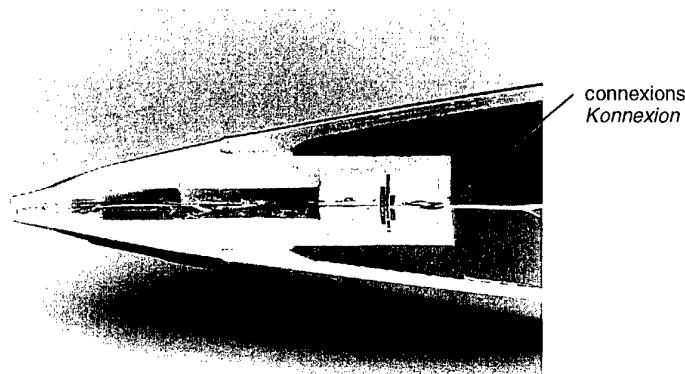


Fig. 5 - Passage des fils de connexion de l'électronique vers la résine

La simulation devra nous permettre de mieux comprendre le comportement de cette résine de remplissage au cours du tir. Il s'agira, si l'hypothèse d'une compression importante de la résine est vérifiée, de trouver une solution pour limiter cet effet. Cette solution résidera soit dans le choix de la résine, soit dans la modification du projectile.

Dans cette étude préliminaire, tous les coefficients utilisés pour les différentes simulations ainsi que pour la résolution analytique sont tirés de la littérature.

Si l'on est certain que la partie métallique du projectile ne subit pas de déformation importante, il n'en est pas de même pour la résine. Il est important d'estimer les ordres de grandeur de la déformation pour avoir une meilleure perception physique du problème et pour bien choisir le type de simulation. La résolution analytique qui va suivre nous permettra donc de mieux situer l'essai. On se place volontairement sous une accélération maximale de 14000 g et on simplifie la géométrie de la partie résine.

3. Résolution analytique

3.1 Cylindre sans enveloppe

La résine utilisée est une résine époxyde bicomposant dont les caractéristiques mécaniques après durcissement se trouvent dans la littérature [6,7].

Comme hypothèse de simplification [8], on assimile le remplissage à un corps cylindrique de diamètre égal au diamètre interne moyen du projectile, soit 11,9 cm et 60 cm de long (fig. 6).

On suppose que ce corps est à l'équilibre dans un champ de pesanteur équivalent à 14000 fois la gravitation.

Il n'y a pas de contraintes sur l'enveloppe du cylindre (faces latérales), ni sur la face supérieure (pour $x_3 = h$; $\sigma_{33} = 0$).

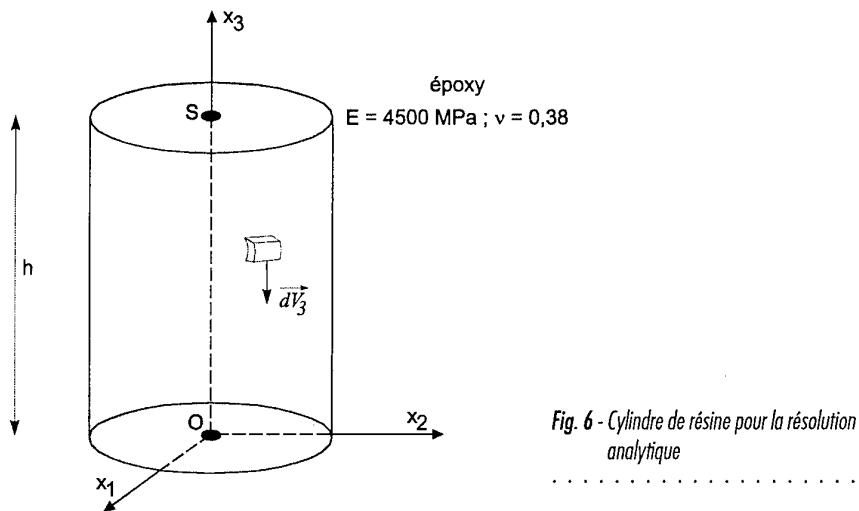


Fig. 6 - Cylindre de résine pour la résolution analytique

On considère une déformation élastique pour un milieu isotrope. On cherche à obtenir le déplacement maximal d'un point du sommet du cylindre (point S).

a) Tenseur des contraintes

Il s'agit de résoudre l'équation du corps à l'équilibre :

$$(1) \quad \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = 0.$$

Dans ce problème, un élément de volume $d\vec{V}_3$ est soumis à 14000 g, la force sur cet élément de volume est donc $-14000\rho g d\vec{V}_3$.

Or, les conditions de chargement et les conditions aux limites font que la contrainte σ_{33} est très supérieure aux autres σ_{ij} . En première approximation, pour pouvoir mener des calculs analytiques simples, on pourra donc considérer [8] que tous les σ_{ij} sont nuls sauf σ_{33} . On a donc :

$$(2) \quad \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} - 14000 \rho g = 0,$$

$$(3) \quad \sigma_{33} = 14000 \rho g x_3 + \text{Cte.}$$

Les conditions aux limites $\sigma_{33} (x_3=h) = 0$ nous donnent la valeur de la constante : Cte = $-14000 \rho gh$, donc

$$(4) \quad \boxed{\sigma_{33} = 14000 \rho g (x_3 - h)}.$$

b) Tenseurs des déformations et champ des déplacements

Avec la loi de comportement relation (5),

$$(5) \quad e_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left[\sigma_{ij} - \frac{\lambda}{3\lambda + 2\mu} \delta_{ij} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \right]$$

et en tenant compte des relations liant les coefficients de Lamé, λ et μ , au module d'Young E et au coefficient de Poisson ν ,

$$(6) \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad ; \quad 3\lambda + 2\nu = \frac{E}{1-2\nu} \quad ; \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)},$$

on trouve le vecteur déplacement suivant :

$$(7) \quad \boxed{\begin{cases} U_1 = -14000 \frac{\nu}{E} \rho g (x_3 - h) x_1 \\ U_2 = -14000 \frac{\nu}{E} \rho g (x_3 - h) x_2 \\ U_3 = \frac{14000}{2E} \rho g ((x_3^2 - 2hx_3) + \nu(x_1^2 + x_2^2)) \end{cases}}$$

Ce champ de déplacement d'un cylindre de résine soumis à 14000 g conduit à la déformée décrite figure 7.

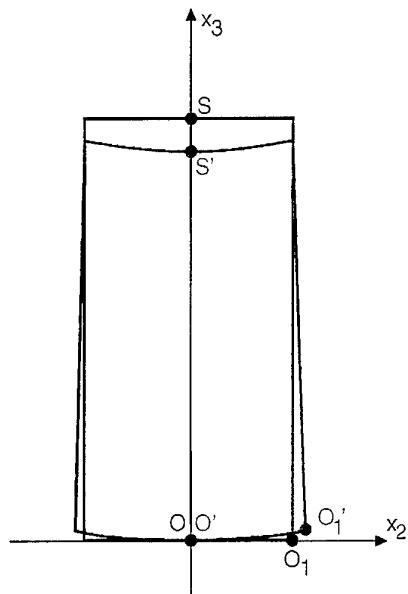


Fig. 7 - Représentation de la déformée du cylindre de résine

c) Application numérique

Déplacement maximal

La déformée montre que le cylindre s'est tassé, la distance SS' nous donnant le déplacement maximal recherché. Celui-ci est maximal au sommet du cylindre (en $x_3 = h$), là où la pression est la plus faible, et rend compte de la compression de l'ensemble du remplissage Araldite.

Le déplacement maximal est donné par la relation :

$$U_3 = \frac{14000 \rho g}{2E} ((x_3^2 - 2hx_3) + \nu(x_1^2 + x_2^2)). \quad (8)$$

En $x_1 = x_2 = 0$ et $x_3 = h$, on a la relation simplifiée :

$$U_3 = -\frac{14000}{2E} \rho g h^2. \quad (9)$$

Avec : $\rho = 1,6 \text{ g/cm}^3 = 1,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,
 $g = 9,8 \text{ N/kg}$,
 $h = 0,6 \text{ m}$,
 $E = 4,5 \times 10^9 \text{ N/m}^2$,

on trouve $U_3 = \mathbf{U}_{\max} = -8,7 \times 10^{-3} \text{ m} = -8,7 \text{ mm}$.

Le déplacement maximal est de l'ordre de 9 mm. Les hypothèses de départ font que ce résultat est en fait une limite supérieure, puisqu'elles permettent une expansion latérale de la résine, ce qui, en réalité, n'est pas le cas. À noter que l'application numérique donne, pour cette expansion latérale, une valeur de 1,3 mm (distance $O_1 O_1'$).

Contrainte maximale dans la résine

La contrainte est donnée par la formule suivante :

$$(10) \quad \sigma_{33} = 14000 \rho g (x_3 - h).$$

Elle est maximale en $O(0,0,0)$.

d'où $\sigma_{33} = -132.10^6 \text{ N/m}^2 = -132 \text{ MPa}$

Limite élastique : contrainte de Von Mises

Le critère de Von Mises est basé sur le fait qu'un volume donné de matériau ne peut absorber qu'une quantité limitée d'énergie élastique. La contrainte de Von Mises σ_l est calculée à partir du déviateur des contraintes par les formules suivantes :

$$(11) \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3 \sigma_{kk} \delta_{ij}$$

$$(12) \quad \sigma_l = (3/2 \operatorname{tr}(S_{ij} S_{ij}))^{1/2}$$

La seule contrainte non nulle étant σ_{33} , la contrainte de Von Mises maximale est égale à la contrainte maximale, soit : $\sigma_l = 132 \text{ MPa}$.

Cette première approximation nous a permis de situer grossièrement le domaine dans lequel le matériau travaille. Néanmoins, les hypothèses sur l'enveloppe n'étant pas très réalistes, on va résoudre le problème en tenant compte de l'enveloppe.

3.2 Cylindre avec enveloppe

a) Résolution par les déplacements

Dans le problème précédent, il était naturel de décrire le comportement du cylindre par le tenseur des contraintes. En effet, les conditions aux limites font que l'action de la pesanteur s'exerce selon l'axe x_3 , sans aucune contrainte sur l'enveloppe du cylindre. On aboutit donc naturellement à une formulation du tenseur des contraintes d'expression simple.

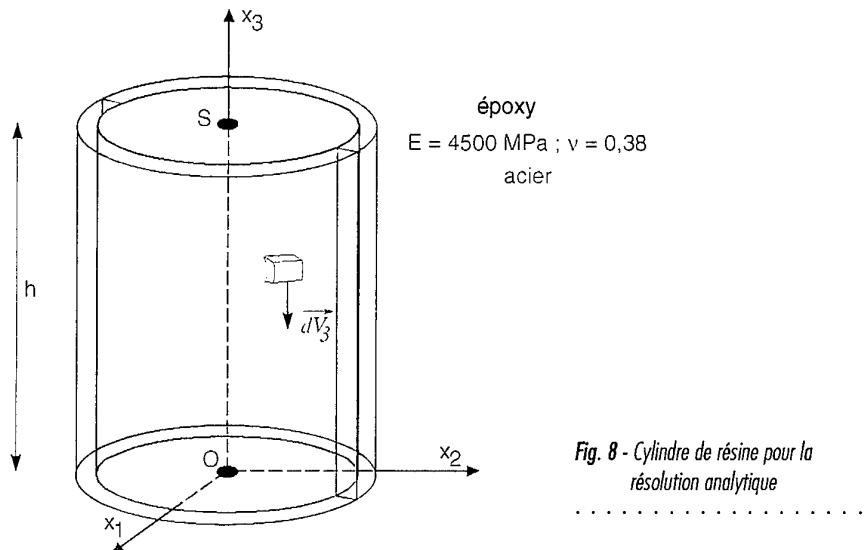
Cette approximation était grossière car, dans le projectile, le remplissage est retenu par une enveloppe quasi indéformable. Le déplacement des éléments de volume (fig. 8) s'effectue principalement selon x_3 . Le tenseur des contraintes est complexe et les conditions aux limites s'expriment alors naturellement par les déplacements (déplacements radiaux et azimutaux nuls).

Le problème peut donc être écrit de manière duale en fonction des déformations. Cette formulation est ici plus naturelle du point de vue des conditions aux limites, le tenseur des déformations devient aussi simple qu'il l'était dans le problème précédent du point de vue des contraintes.

On assimile donc le remplissage à un corps cylindrique de diamètre égal au diamètre interne moyen du projectile, soit 11,9 cm et 60 cm de long dans un corps en acier considéré comme indéformable. Ce corps est placé dans un

champ de pesanteur équivalent à 14 000 fois la gravitation et on suppose qu'il n'y a pas d'autres déformations que celles selon x_3 , hypothèse justifiée pour un corps homogène et isotrope.

On considère une transformation élastique et on cherche à obtenir le déplacement maximal d'un point du sommet du cylindre (point S).



Les considérations précédentes nous permettent de poser :

$$\forall i, j \quad ; \quad e_{ij} = 0 \quad \text{sauf } e_{33}$$

avec : $\sigma_{ij} = \lambda \operatorname{div} U \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$. (13)

On trouve : $\sigma_{11} = \lambda e_{33}$

$$\sigma_{22} = \lambda e_{33} \quad (14)$$

$$\sigma_{33} = (\lambda + 2\mu) e_{33}$$

puisque $\operatorname{div} U = \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial U_3}{\partial x_3} = e_{kk} = e_{33}$. (15)

(14) devient : $e_{33} = \frac{1}{(\lambda + 2\mu)} \sigma_{33} = \frac{14000}{(\lambda + 2\mu)} \rho g (x_3 - h)$, (16)

donc $\boxed{\forall i, j \quad ; \quad e_{ij} = 0 \quad \text{sauf } e_{33} = \frac{14000}{(\lambda + 2\mu)} \rho g (x_3 - h)}$ (17)

avec les relations entre le tenseur des déformations et des déplacements,

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (18)$$

et la relation (6), on obtient la forme finale du champ de déplacement, à un mouvement de corps rigide près (rotation, translation) :

(19)

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_2 = 0 \\ U_3 = 14000 \rho g \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{(1-\nu)E} \frac{(x_3^2 - 2h x_3)}{2} \end{cases}$$

Ce système représente le champ de déplacement lorsqu'on prend en compte les conditions aux limites qu'implique une enveloppe indéformable. D'une certaine manière, on encadre ici sûrement la valeur réelle puisque l'enveloppe considérée ici comme indéformable est en réalité légèrement déformable.

Nous avons ici uniquement reproduit les principales étapes du calcul, un développement plus complet se trouvant en annexe.

b) Application numérique

Déplacement maximal

En comparant les systèmes (7) et (19) on obtient, pour les points situés sur l'axe x_3 , une relation simple entre le déplacement suivant l'axe x_3 avec l'enveloppe du projectile et le déplacement suivant x_3 sans enveloppe.

$$(20) \quad U_3(\text{avec enveloppe}) = \frac{(1-2\nu)(1+2\nu)}{1-\nu} U_3(\text{sans enveloppe}).$$

Cette expression nous permet de calculer rapidement la déformation de la résine lorsqu'on prend en compte l'enveloppe du projectile.

Avec $\nu = 0,38$, on trouve :

$$U_3(\text{avec enveloppe}) = 0,53 U_3(\text{sans enveloppe}),$$

ce qui donne :

$$U_3(\text{avec enveloppe}) = -4,6 \text{ mm.}$$

La résolution analytique, prenant en compte l'enveloppe du projectile, nous donne une compression de la résine de 4,6 mm sur l'axe x_3 .

En prenant différentes valeurs pour le coefficient de Poisson, on se rend compte que plus ce coefficient est élevé, plus la déformation est faible. Il est intéressant de noter que si l'on prend le cas limite $\nu = 0,5$, cas d'un solide incompressible, on a bien $U_3 = 0$.

Contrainte de Von Mises maximale

Nous avons vu (14) que le tenseur des contraintes, lorsqu'on prenait en compte l'enveloppe du projectile, avait la forme suivante :

$$(21) \quad \sigma = \begin{pmatrix} \lambda e_{33} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda e_{33} & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda + 2\mu) e_{33} \end{pmatrix}$$

En considérant l'expression du critère de Von Mises dans le repère principal des contraintes :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{22})^2)}, \quad (22)$$

on trouve, pour notre problème, en tenant compte des relations (6), l'expression :

$$\sigma_{VM} = 2\mu e_{33} = 14000\rho g(x_3 - h) \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} = 14000\rho g(x_3 - h) \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu}. \quad (23)$$

L'application numérique, avec les données du § 3.1c, donne $\boxed{\sigma_{VM}=51\text{ MPa}}$.

La contrainte de Von Mises maximale a pour valeur 51 MPa lorsqu'on prend en compte l'enveloppe acier du projectile. Dans ce cas, le déviateur est réduit par les conditions aux limites, ce qui explique une contrainte de Von Mises maximale inférieure à la contrainte de Von Mises maximale sans enveloppe. On rappelle que la limite élastique d'une résine époxide se situe entre 50 et 200 MPa. La déformation de la résine devrait donc se faire principalement dans un domaine élastique, ce qui confirme les observations expérimentales.

Nous allons passer à la simulation qui va nous permettre de mieux prendre en compte les différents aspects qu'une résolution analytique simple nous imposait de ne pas considérer.

4. Simulation numérique

La résolution analytique donne une bonne idée du comportement de la résine, mais repose sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

En effet, la résolution analytique ne prend pas en compte :

- la géométrie réelle de la résine,
- les conditions réelles de chargement,
- la déformation éventuelle du confinement,
- des conditions aux limites plus réalistes (frottements).

L'intérêt de la simulation est d'avoir une approche plus réaliste des conditions de tirs.

4.1 Conditions de simulation et hypothèses

a) Maillage

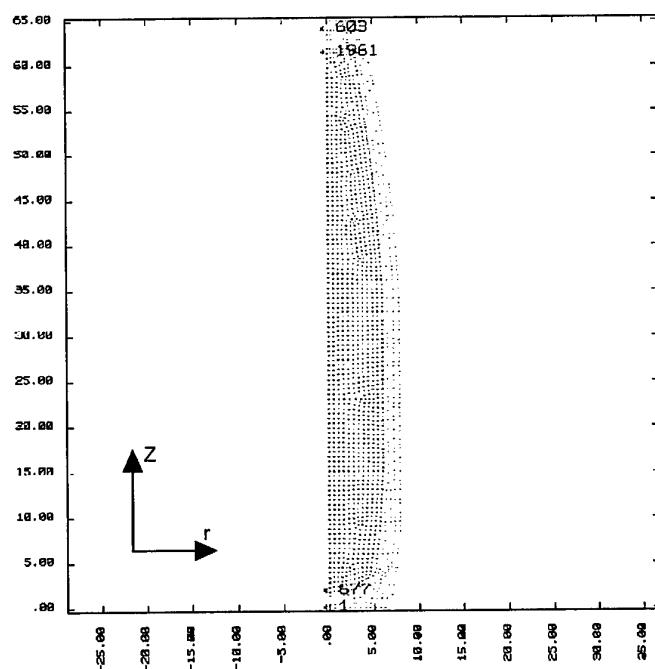


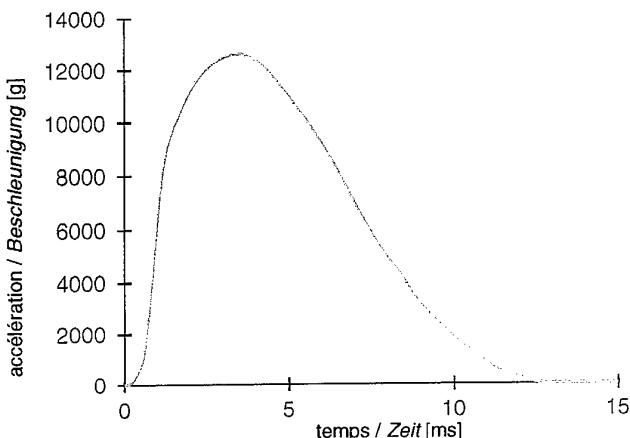
Fig. 9 - Maillage par le préprocesseur

Le maillage est réalisé dans un repère de coordonnées cylindriques (r, θ, z) à l'aide du préprocesseur "MAZE" du code de calcul (fig. 9). La pièce à mailler est alors obtenue par symétrie de révolution autour de l'axe z . La partie verte représente l'acier, la partie rose la résine. On a indiqué les nœuds que l'on utilisera dans cette étude. Les dimensions du projectile sont respectées, les axes sont gradués en centimètres.

b) Mise en charge

Lors de précédentes campagnes de tirs menées en collaboration entre l'ISL et l'ETBS, des relevés de pression et d'accélération ont été effectués [9]. La figure 10 donne une courbe d'accélération relevée expérimentalement. La courbe a été lissée afin d'éliminer le bruit lié aux problèmes d'acquisition des mesures.

Fig. 10 - Courbe d'accélération pour le projectile 155 mm



Pour rendre compte de l'accélération du projectile dans la simulation, on applique au culot une courbe de pression. Dans le cas des simulations qui vont suivre, on a utilisé directement les courbes de pressions expérimentales, relevées en même temps que l'accélération.

L'accélération atteint une valeur maximale de 14000 g, ce qui représente pour le projectile étudié une pression maximale de 350 MPa au culot, compte tenu de son poids et de sa géométrie. Sous l'effet de l'accélération, la résine se comprime dans le projectile. Nous allons essayer de mesurer cette compression en estimant le déplacement de la résine. Pour cela, nous allons suivre l'évolution des nœuds (1 et 603 dans l'acier, 677 et 1961 dans la résine) du maillage figure 9 pendant le tir.

c) Conditions de contact

Les conditions de contact entre la résine et l'acier sont difficiles à définir car dépendantes de l'adhérence de la résine, et donc de nombreux facteurs comme l'état de surface interne, la mise en œuvre de la résine, le retrait à la polymérisation, etc. Nous allons donc réaliser la simulation avec plusieurs types de conditions de contact, et estimer l'influence de ces conditions de contact sur la déformation de la résine, pour ne retenir que celle qui semble la plus probable.

d) Propriétés des matériaux

Les données "matériaux" utilisées dans ce chapitre sont issues de la littérature quand les données expérimentales font défaut. Les valeurs indiquées dans la littérature sont presque toujours des résultats d'essais quasi statiques. Par ailleurs, on sait que ces données varient avec les vitesses de sollicitation. Il est intéressant de noter que la variation du module d'Young est de moins en moins sensible quand on va vers les grandes vitesses de déformation. On utilisera tout de même les résultats avec précaution, conscient que la valeur des coefficients est fonction de la vitesse de déformation. En règle générale, on cherchera toujours à déterminer ces valeurs avec des essais mécaniques permettant de s'approcher au mieux des taux de déformations effectivement subis par les matériaux dans le projectile. On peut noter que l'on dispose, à l'IISL (groupe PDM), de moyens d'essai quasi statiques permettant de mesurer les caractéristiques des matériaux jusqu'à un $\dot{\epsilon}$ supérieur à 1. Les vitesses de déformation typique dans les projectiles étant situées entre 1 et 10, on peut dire que l'extrapolation d'une courbe $E = f(\dot{\epsilon})$ mesurée expérimentalement pour $\dot{\epsilon}$ variant de 0,0001 à 1 permet d'estimer une valeur correcte pour un $\dot{\epsilon}$ compris entre 1 et 10.

Les barres d'Hopkinson permettent, par des moyens détournés, d'estimer E en dynamique. Dans ce cas, on travaille avec des $\dot{\epsilon}$ compris entre 500 et 1500.

4.2 Simulation avec résine époxide non chargée

a) Validation des hypothèses de comportement élastique

On rappelle que la limite élastique pour une résine époxide se situe entre 50 et 200 MPa. La résolution analytique avec enveloppe prévoit une contrainte de Von Mises maximale de 50 MPa, ce qui signifie que le point le plus sollicité de la résine pourrait éventuellement subir des dommages irréversibles. L'ensemble de la résine devrait subir, en revanche, une déformation élastique, donc réversible.

La figure 11 donne la répartition des contraintes de Von Mises dans la résine pour l'accélération maximale du projectile.

La simulation tient compte de toutes les conditions du tir et donne les résultats suivants :

- la contrainte de Von Mises maximale dans la résine est de 77 MPa,
- la zone où la contrainte de Von Mises est supérieure à 50 MPa (limite élastique de la résine) est représentée ci-dessous (fig. 11, image de droite).

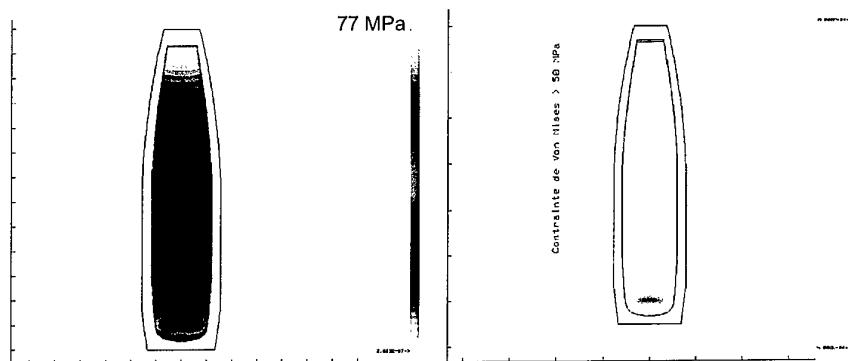


Fig. 11 - Contrainte de Von Mises dans la résine

En fixant la limite élastique de la résine à 50 MPa, limite inférieure donnée par la littérature, seule une petite partie de cette dernière entre dans le domaine plastique. On peut donc considérer que la résine garde un comportement élastique pendant le tir. L'observation des projectiles récupérés conforte cette affirmation puisque la résine ne présente pas de déformation permanente.

La différence entre la contrainte maximale simulée et la contrainte maximale calculée § 3.2b s'explique par le fait que dans la résolution analytique on a assimilé la résine à un cylindre. La géométrie de la résine et sa déformation sont en fait différentes, ce qui explique des valeurs sensiblement différentes. On remarque également, sur la figure 11, la position de la zone la plus sollicitée, qui n'est pas la position que l'on aurait si la partie résine était cylindrique. On remarque que les deux résolutions analytiques encadrent bien ce résultat numérique.

b) Déformation de la résine

Pour les mêmes valeurs de coefficient que la résolution analytique ($E = 4500 \text{ MPa}$, $v = 0,38$), la figure 12 donne la déformation axiale maximale de la résine. Cette déformation est estimée à partir du nœud 1, comme référence dans l'acier, et du nœud 1961 représentatif de l'élément subissant la translation la plus grande.

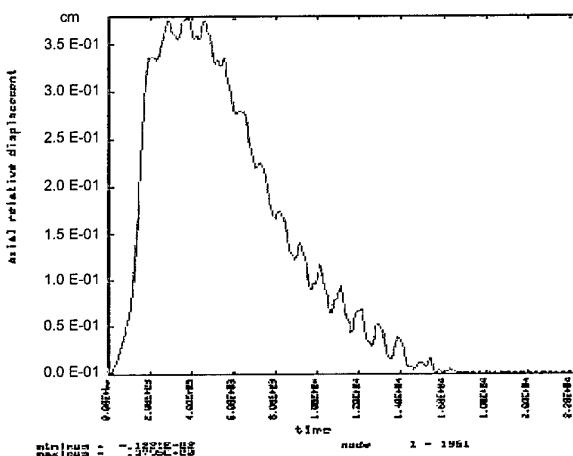


Fig. 12 - Déformation de la résine

On constate que la courbe de déplacement du nœud est calquée sur la courbe d'accélération, ce qui est normal. Le déplacement maximal du nœud 1961 est de l'ordre de 4 mm, ce qui est conséquent. La résine subit, comme on s'y attendait, une compression importante qui suffit à arracher les fils de connexion vers l'émetteur.

On rappelle que la résolution analytique prévoit une déformation de 4,6 mm lorsqu'on prend en compte l'enveloppe du projectile, ce qui est en accord avec la simulation.

La petite différence entre les valeurs obtenues réside dans les simplifications faites dans la résolution analytique, à savoir :

- la résolution analytique considère le problème comme statique,
- la géométrie de la résine est assimilée à un cylindre avec des déformations homogènes.

La simulation montre donc que la compression de la résine peut rompre les fils de connexion (quelques millimètres suffisent !), ce qui explique que des projectiles n'ont pas pu émettre de signal pendant le vol. L'hypothèse de déformation élastique est également vérifiée expérimentalement, puisqu'au bout de quelques millisecondes certains projectiles se sont remis à émettre la fréquence sous-porteuse, ce qui correspond au fait que la résine a repris sa forme initiale et que les fils allongés par la traction ont, par chance, refait contact à ce moment.

Il faut maintenant trouver une solution pour les prochains essais. La solution peut être une protection du système de connexions, un changement du matériau de remplissage ou/et la mise en place de points d'ancrage pour la résine dans le projectile.

c) Influence du coefficient de Poisson et du module d'Young

Le comportement mécanique d'un matériau élastique est caractérisé par deux coefficients : le module d'Young et le coefficient de Poisson. Nous allons voir comment évolue la déformation de la résine de remplissage lorsque ces paramètres varient.

L'application numérique de la résolution analytique § 3.2b met en évidence l'influence de ces deux coefficients sur la déformation axiale (suivant x_3) de la résine époxide. En effet, si l'on regarde l'expression (19) du déplacement suivant l'axe génératrice, on se rend compte que le déplacement est inversement proportionnel au module d'Young et dépend également du coefficient de Poisson. Plus ces coefficients sont élevés, plus la déformation est faible. La simulation conduit aux mêmes conclusions.

La figure 13 donne la déformation de la résine dans les simulations lorsque ν varie, avec E et ρ constants.

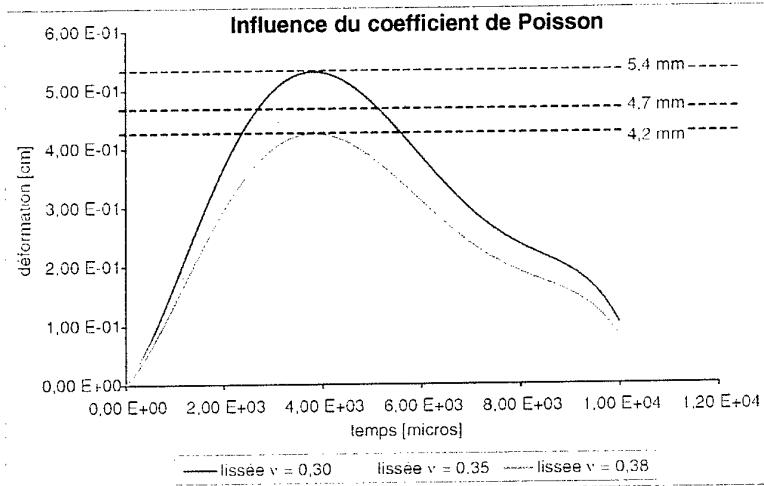


Fig. 13 - Influence du coefficient de Poisson

On constate qu'en diminuant le coefficient de Poisson, on augmente la déformation.

$v = 0,38 \rightarrow$ déformation de 4,2 mm

$v = 0,35 \rightarrow$ déformation de 4,7 mm

$v = 0,30 \rightarrow$ déformation de 5,4 mm

Il faut donc chercher à augmenter le coefficient de Poisson, comme le prévoyait déjà la résolution analytique. Il n'y a pas réellement de méthodes permettant d'augmenter le coefficient de Poisson d'un matériau, contrairement au module d'Young qui peut être augmenté en ajoutant des renforts, tels que des fibres de verre. Voyons, par la simulation, comment ce module intervient sur la déformation dans le cas du projectile.

La figure 14 donne la déformation de la résine lorsque E varie, avec v et ρ constants.

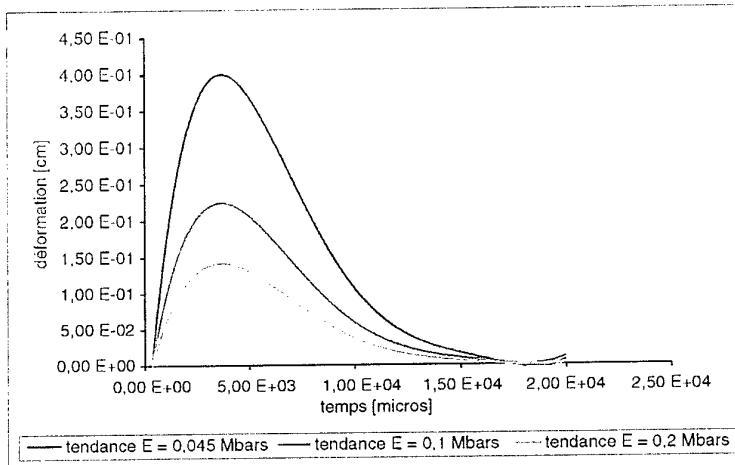


Fig. 14 - Influence du module d'Young

On constate que la déformation diminue lorsque le module d'Young augmente.

$E = 4500 \text{ MPa}$	\rightarrow	déformation de 4,2 mm
$E = 10000 \text{ MPa}$	\rightarrow	déformation de 2,2 mm
$E = 20000 \text{ MPa}$	\rightarrow	déformation de 1,4 mm

N'oublions pas que ces calculs sont fait avec l'hypothèse d'une déformation purement élastique et qu'une déformation permanente n'est pas possible, quel que soit le niveau de sollicitation. Néanmoins, dans tous ces exemples, on a $2 \times 10^{-3} < \Delta L/L < 9 \times 10^{-3}$, ce qui est bien du domaine élastique pour le matériau considéré. En conclusion, on peut dire que le matériau de remplissage idéal doit avoir un **module d'Young et un coefficient de Poisson élevés**.

Une méthode permettant d'augmenter le module d'élasticité d'un polymère (il faut garder une résine pour des questions de mise en œuvre) est de charger ce polymère avec des fibres de verre, de la poudre de quartz ou d'autres renforts. Le coefficient de Poisson et la densité varieront de manière moins significative.

4.3 Simulation avec résine époxide renforcée

a) Caractéristiques de la résine chargée

L'ensemble des propriétés sera fonction des charges et des renforts utilisés. On peut signaler que les résines époxides renforcées (verre, carbone, bore) présentent vraisemblablement les meilleures propriétés mécaniques des matériaux polymères. Ceci explique leurs nombreuses applications dans de nombreux domaines.

Les propriétés mécaniques d'une résine époxide renforcée, tirées de la littérature, sont les suivantes :

Module d'Young : $10\,000 \text{ MPa} < E < 50\,000 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0,35$

Densité : $1,6 \text{ g/cm}^3 < \rho < 2 \text{ g/cm}^3$

On retiendra comme valeurs pour le calcul :

$$\nu = 0,35$$

$$E = 30\,000 \text{ MPa}$$

$$\rho = 1,8 \text{ g/cm}^3$$

soit par rapport au § 3.2, ν et ρ sensiblement équivalents pour un gain de 7 sur le module d'Young.

b) Déformation de la résine chargée

La figure 15 montre la déformation axiale de la résine chargée de fibres de verre au cours du tir.

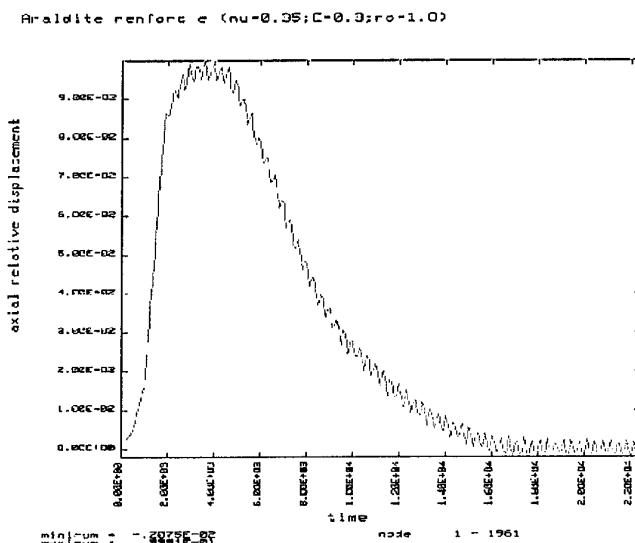


Fig. 15 - Déformation de la résine renforcée

La déformation maximale de la résine chargée est de l'ordre de 1 mm, soit un gain d'un rapport 4 par rapport à l'utilisation d'une résine non renforcée. Il est donc intéressant de remplacer la résine utilisée précédemment par une résine composite avec renforts fibres de verre. Il serait intéressant également de jouer sur la quantité et la nature des renforts (charges) utilisés. En effet, ces paramètres vont avoir des répercussions directes sur les propriétés du matériau.

La simulation a donc mis en évidence le phénomène de compression de la résine de remplissage lors du tir. Le comportement de la résine reste dans un domaine élastique, ce qui explique que l'on ne constate pas de déformation permanente sur les projectiles récupérés.

Les simulations réalisées jusqu'à présent utilisent les données issues de la littérature, il est donc indispensable d'interpréter ces résultats avec le plus grand soin. Le prochain paragraphe sera consacré au calcul de la compression de la résine dans le projectile après mesure expérimentale de ses propriétés mécaniques.

5. Application au cas réel

Les caractéristiques mécaniques des résines de remplissage sont très fortement dépendantes de leur mise en œuvre au moment de la coulée. La préparation d'un volume de 7 litres de résine à deux composants (résine + durcisseur) pose des problèmes d'homogénéisation du mélange, de dégazage, qui conditionnent la qualité mécanique du remplissage. Il nous paraît donc indispensable de réaliser la simulation avec les caractéristiques de la résine effectivement coulée dans les projectiles tirés. Pour cela, nous avons récupéré les projectiles et taillé des échantillons dans différentes parties de la masse de remplissage (aux endroits où la simulation avait confirmé une déformation réversible). Il s'agira ensuite de réaliser la simulation, la plus fidèle possible, des projectiles tirés.

5.1 Mesure expérimentale des caractéristiques mécaniques des résines employées

Les essais sont réalisés par A. Bohmann, du groupe PDM, sur des éprouvettes de résine dont la géométrie est décrite figure 16.

Il s'agit d'Araldite, une résine commercialisée par Ciba Geigy.

La machine de compression INSTRON 4204 impose une contrainte sur les sections planes de l'échantillon testé. Les déformations axiales et radiales sont mesurées à l'aide d'extensomètres. Le dispositif est relié à un PC permettant, via un logiciel approprié, l'exploitation immédiate des résultats.

Les mesures sur les différents échantillons ont donné $E = 2000 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,49$, comme valeur moyenne. On se rend bien compte ici de l'influence de la mise en œuvre, ces valeurs étant très éloignées des valeurs de la littérature pour ce matériau. Le module d'Young est deux fois plus petit que le minimum dans les notices techniques de l'Araldite et le module de Poisson trop élevé. Par ailleurs, l'observation des différents échantillons a montré que les éprouvettes étaient pleines de microbulles d'air. Les valeurs des propriétés mécaniques ont été relevées pour la vitesse de déformation la plus rapide pouvant être atteinte par la machine de compression. On notera qu'on a remarqué une dépendance de la valeur de E par rapport à la vitesse de déformation. Toutefois, l'augmentation de E avec la vitesse de sollicitation reste limitée, et la valeur utilisée n'est sans doute pas très éloignée de la valeur réelle.

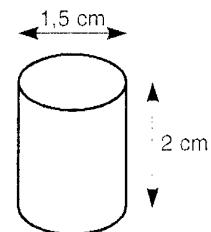


Fig. 16 - Forme des éprouvettes de test

5.2 Simulation numérique

a) Hypothèses

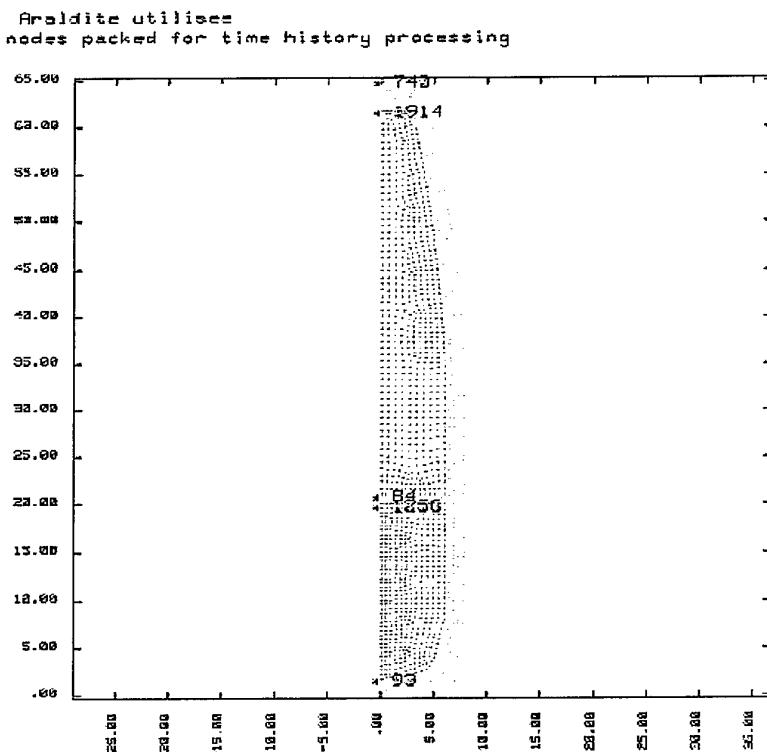


Fig. 17 - Maillage réel

La figure 17 montre une reproduction fidèle de l'obus. Les cinq nœuds qui figurent sur le maillage nous permettront d'étudier la déformation de l'acier et de la résine. La plaque en acier sur laquelle se trouvent les nœuds 84 et 1256 symbolise une boîte cylindrique qui était vissée à la base de l'obus.

Les conditions de mise en charges sont identiques à celles appliquées en première partie § 4.1b. L'ajout de la plaque ne modifie que très légèrement le poids du projectile et la courbe de charge reste valable dans cette simulation.

b) Résultats

La figure 18 nous donne la déformation axiale de la résine non chargée au cours de la simulation. On a utilisé, pour estimer cette déformation, le nœud 93 appartenant à l'enveloppe acier du projectile et le nœud 1914 appartenant à la résine.

La déformation de la résine est de l'ordre de 2,6 mm. L'étude préliminaire prévoyait une déformation de l'ordre de 4 mm. La différence réside dans les valeurs des coefficients caractéristiques de la résine et dans l'ajout de la boîte cylindrique.

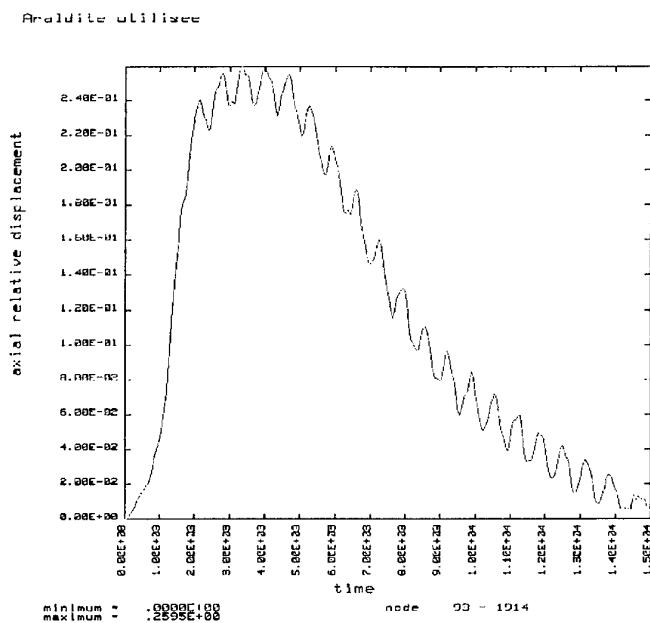


Fig. 18 - Déformation du remplissage Araldite

La littérature prévoit un coefficient de Poisson bien inférieur au coefficient de Poisson réel de la résine (obtenu par les tests de compression) et un module d'Young, en revanche, bien supérieur au module réel. Le paragraphe relatif à l'influence de ces deux coefficients sur la déformation de la résine § 4.2c indique que pour limiter la déformation il faut augmenter la valeur de ces deux coefficients. En ce qui concerne la valeur de la déformation, la diminution du module d'Young, lorsqu'on passe des valeurs théoriques (littérature) aux valeurs réelles, est en partie compensée par l'augmentation du coefficient de Poisson.

5.3 Solutions à envisager pour les prochains tirs

L'utilisation d'une résine renforcée est en fait la bonne solution, à condition de résoudre le problème du mélange des deux composants de façon homogène. La figure 19 récapitule les résultats de mesures pour différents échantillons réalisés et coulés en prenant certaines précautions.

Caractéristiques mécaniques	Module d'Young [MPa]	Coefficient de Poisson	Densité [g/cm ³]
Araldite chargée Poudre de quartz	8750	0,345	1,77
Araldite CW 2418 Charge métallique	3570	0,442	2,02
Résine cellulaire Stycast 1090-SI	2592	0,425	0,91

Fig. 19 - Caractéristiques mécaniques de résines testées

6. Conclusion

L'ajout d'une boîte cylindrique est un facteur de diminution de la déformation de la résine. Cette remarque est en accord avec la résolution analytique. En effet, la déformation est proportionnelle à la hauteur h du cylindre de résine.

Nous avons donc prévu de rajouter dans le projectile, à différentes hauteurs, des points d'ancrage, sous la forme de barres cylindriques qui traversent le projectile dans le sens d'un diamètre.

Le choix d'un matériau composite adapté, associé à la mise en place de traverses dans le projectile, nous a permis de résoudre le problème de la compression de la résine de remplissage. Les projectiles remplis suivant ces recommandations ont, en effet, donné entière satisfaction lors d'une campagne de tir récente.

7. Références

- [1] RATEAU P., RAYMOND P., CHRISTNACHER F.
Formation et transmission en temps réel d'images à bord d'un projectile soumis à de fortes accélérations
Rapport interne ISL, janvier 1998
- [2] RAYMOND P., RATEAU P., CHRISTNACHER F.
XVII^e colloque national de la commission d'imagerie rapide et photonique
Résumé des interventions orales, juin 1998
- [3] HALLQUIST J.O.
LS-MAZE
Livermore Software Technology Corporation, Livermore, November 1993
- [4] HALLQUIST J.O.
LS-NIKE
Livermore Software Technology Corporation, Livermore, July 1990
- [5] HALLQUIST J.O.
LS-ORION
Livermore Software Technology Corporation, Livermore, November 1993

- [6] Auteurs multiples
in: Engineered Materials Handbook, Vol. 2: Engineering Plastics
ASM International, Metals Park/USA, 1988
- [7] Auteurs multiples
in: American Institute of Physics Handbook, Third Edition
Dwight, E. Gray, Ph.D., USA, 1972
- [8] GERMAIN P.
Mécanique des milieux continus
Masson, Paris, 1962
- [9] TSEF Pauron
Télémesure pression culot et accélération par émetteur ISL 1,5 GHz sur un
projectile de 155 mm
Rapport DGA/ETBS Dir. Études et projets en métrologie, n° RE 76, janvier 1994

8. Annexes

Les relations entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations montrent que le problème peut être écrit de manière duale en fonction des déformations ou des contraintes, puisqu'on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = K e \\ \sigma_{ij} = \lambda (e_{kk}) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \\ \\ e = K^{-1} \sigma \\ e_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{kk}) \delta_{ij} \end{array} \right. \quad (A.1)$$

Cas du cylindre **avec enveloppe** dans un champ de pesanteur de 14000 g

On assimile le remplissage à un corps cylindrique de diamètre égal au diamètre interne moyen du projectile, soit 11,9 cm et 60 cm de long dans un corps en acier considéré comme indéformable. Ce corps est placé dans un champ de pesanteur équivalent à 14000 fois la gravitation et on suppose qu'il n'y a pas d'autres déformations que celles selon x_3 , hypothèse justifiée pour un corps homogène et isotrope.

On considère une transformation élastique et on cherche à obtenir le déplacement maximal d'un point du sommet du cylindre (point S).

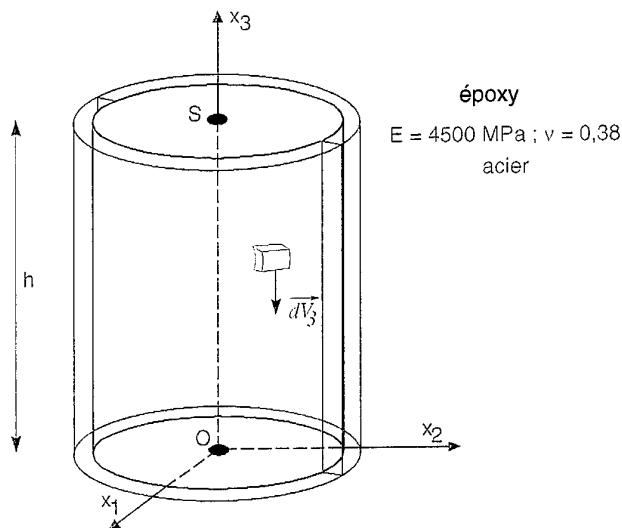


Fig. 20 - Cylindre de résine et son enveloppe en acier

Les considérations précédentes concernant les conditions aux limites nous permettent de poser :

$$\forall i, j ; e_{ij} = 0 \text{ sauf } e_{33}$$

$$(A.2) \quad \text{avec : } \sigma_{ij} = \lambda \operatorname{div} U \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$$

$$\text{on trouve : } \sigma_{11} = \lambda e_{33}$$

$$(A.3) \quad \sigma_{22} = \lambda e_{33}$$

$$\sigma_{33} = (\lambda + 2\mu) e_{33}$$

$$(A.4) \quad \text{puisque : } \operatorname{div} U = \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial U_3}{\partial x_3} = e_{kk} = e_{33}$$

(A.3) devient :

$$(A.5) \quad e_{33} = \frac{1}{(\lambda + 2\mu)} \quad \sigma_{33} = \frac{14000}{(\lambda + 2\mu)} \rho g (x_3 - h)$$

donc :

$$(A.6) \quad \boxed{\forall i, j ; e_{ij} = 0 \text{ sauf } e_{33} = \frac{14000}{(\lambda + 2\mu)} \rho g (x_3 - h)}$$

avec les relations entre le tenseur des déformations et des déplacements,

$$(A.7) \quad e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Les termes diagonaux ($i = j$) donnent :

$$(A.8) \quad \begin{cases} U_1 = f_1(x_2; x_3) \\ U_2 = f_2(x_1; x_3) \\ U_3 = \frac{14000}{(\lambda + 2\mu)} \rho g \frac{(x_3 - h)^2}{2} + f_3(x_1; x_2) \end{cases}$$

Les fonctions $f_k(x_i; x_j)$ se déduisent à l'aide des termes non diagonaux de la relation (A.7) du tenseur des déformations (termes nuls), ce qui donne :

$$\begin{cases} U_1 = C_1 x_3 + a x_2 + b_1 \\ U_2 = C_2 x_3 - a x_1 + b_2 \\ U_3 = \frac{14000}{(\lambda + 2\mu)} \rho g \frac{(x_3 - h)^2}{2} - C_1 x_1 - C_2 x_2 + d_1 + d_2 \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

La forme finale du champ de déplacement, à **un mouvement de corps rigide près** (composition d'une rotation et d'une translation avec \bigcirc fixe), est la suivante :

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_2 = 0 \\ U_3 = \frac{14000}{(\lambda + 2\mu)} \rho g \frac{(x_3^2 - 2h x_3)}{2} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

En tenant compte des relations (6), (A.10) devient :

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_2 = 0 \\ U_3 = 14000 \rho g \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{(1-\nu)E} \frac{(x_3^2 - 2h x_3)}{2} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Ce système représente le champ de déplacement lorsqu'on prend en compte les conditions limites qu'implique une enveloppe indéformable.

